Решение задач части С ЕГЭ по физике

Законы сохранения энергии и импульса

Критерии оценки выполнения заданий С2-С6

Приведено полное правильное решение, включающее следующие элементы:
1) правильно записаны формулы, выражающие физические законы, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом;
3 2) проведены необходимые математические преобразования и расчеты, приводящие к правильному числовому ответу, и представлен ответ; при этом допускается решение «по частям» (с промежуточными вычислениями).

Представленное решение содержит п.1 полного решения, но и имеет один из следующих недостатков:
– в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущена ошибка;
ИЛИ
– необходимые математические преобразования и вычисления логически верны, не
2 содержат ошибок, но не закончены;
ИЛИ
– не представлены преобразования, приводящие к ответу, но записан правильный числовой ответ или ответ в общем виде;
ИЛИ
– решение содержит ошибку в необходимых математических преобразованиях и не доведено до числового ответа.

Представлены записи, соответствующие одному из следующих случаев:
– представлены только положения и формулы, выражающие физические законы, применение которых необходимо для решения задачи, без каких-либо преобразований с их использованием,
направленных на решение задачи, и ответа;
ИЛИ
1 – в решении отсутствует ОДНА из исходных формул, необходимая для решения задачи (или утверждение, лежащее в основе решения), но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи;
ИЛИ
– в ОДНОЙ из исходных формул, необходимых для решения задачи (или утверждении, лежащем в основе решения), допущена ошибка, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.

Задания С2 (2009)

С2 Начальная скорость снаряда, выпущенного вертикально вверх, равна 200 м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка. Первый осколок массой m_1 упал на Землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза больше начальной скорости снаряда. Второй осколок массой m_2 поднялся до высоты 4 км. Чему равно отношение масс $\frac{m_1}{m_2}$ этих осколков? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Согласно закону сохранения механической энергии, высоту подъема снаряда можно рассчитать по формуле: $mgh = \frac{m\upsilon_0^2}{2} \Rightarrow h = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$.

Из закона сохранения энергии определяем начальную скорость первого и второго осколков: $\frac{m_1(2\upsilon_0)^2}{2} = m_1 g h + \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{4\upsilon_0^2 - 2gh} = \sqrt{4\upsilon_0^2 - \upsilon_0^2} = \sqrt{3}\,\upsilon_0$, $m_2 g h_{\max} = m_2 g h + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2g h_{\max} - \upsilon_0^2}$.

Согласно закону сохранения импульса, $m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2$: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$.

Следовательно, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sqrt{2g h_{\max} - \upsilon_0^2}}{\sqrt{3}\upsilon_0} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Ответ: $\frac{m_1}{m_2} \approx 0{,}58$.

Задания С2 (2009)

C2 Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна 500 м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза больше начальной скорости снаряда, а второй в этом же месте – через 100 с после разрыва. Чему равно отношение массы первого осколка к массе второго осколка? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Согласно закону сохранения энергии, высоту подъема снаряда можно рассчитать по формуле: $mgh = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$. Из закона сохранения энергии определяем начальную скорость первого осколка:

$$\frac{m_1(2v_0)^2}{2} = m_1gh + \frac{m_1v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{4v_0^2 - 2gh} = \sqrt{4v_0^2 - v_0^2} = \sqrt{3}\,v_0.$$

$$y = h + v_2t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow 0 = \frac{v_0^2}{2g} + v_2t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow$$

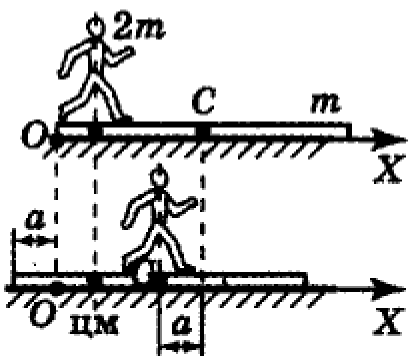
$v_2 = \frac{g^2t^2 - v_0^2}{2gt}$, где t — время полета второго осколка.

Согласно закону сохранения импульса, $m_1v_1 = m_2v_2$; $\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1}$;

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{g^2t^2 - v_0^2}{2gtv_0\sqrt{3}}$; $\frac{m_1}{m_2} \approx 0{,}43$. Ответ: $\frac{m_1}{m_2} \approx 0{,}43$.

Задания С2

На гладкой горизонтальной поверхности лежит однородная доска массой m и длиной L. Человек, масса которого $2m$, переходит с одного конца доски на ее середину. На сколько при этом сместится доска?



В горизонтальном направлении на систему человек—доска внешние силы не действуют, поэтому центр масс этой системы остается на месте. Введем горизонтальную ось X, ее начало поместим в точку O. Тогда $x_ч = 0$, $x_с = L/2$, где $x_ч$ — координата человека, $x_с$ — координата центра масс (ЦМ) доски. Найдем положение ЦМ системы человек—доска:

$$x_{ЦМ} = \frac{x_ч 2m + x_с m}{3m} = \frac{(L/2)m}{3m} = \frac{L}{6}.$$

Во втором случае $x'_ч = \frac{L}{2} - a$, $x'_с = \frac{L}{2} - a$, где a — смещение доски.

$$x'_{ЦМ} = \frac{x'_ч 2m + x'_с m}{3m} = \frac{(L/2-a)2m + (L/2-a)m}{3m} =$$

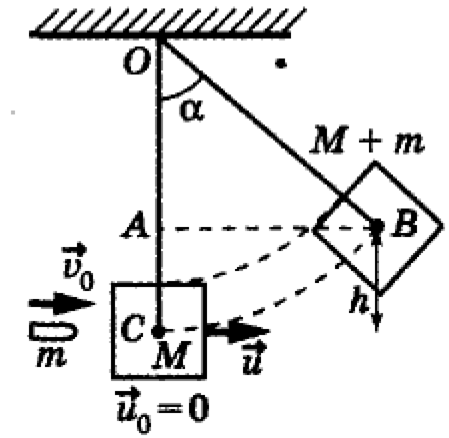
$$= \frac{3(L/2-a)m}{3m} = \frac{L}{2} - a.$$

Так как центр масс системы остался на месте, то

$$x_{ЦМ} = x'_{ЦМ} \Rightarrow \frac{L}{6} = \frac{L}{2} - a \Rightarrow a = \frac{L}{2} - \frac{L}{6} = \frac{1}{3}L.$$

Задания С2

Пуля, летевшая горизонтально со скоростью $v_0 = 400$ м/с, попадает в брусок, подвешенный на нити длиной $l = 4$ м, и застревает в нем. Определить угол α, на который отклонится брусок, если масса пули $m = 20$ г, а бруска $M = 5$ кг. Определите количество теплоты, выделившееся при попадании пули в брусок.



Попадание пули в брусок — это пример неупругого столкновения. После попадания пули скорость бруска и пули $\vec{u}$. Найдем ее, используя сохранение импульса системы пуля—брусок в горизонтальном направлении X. Получим $mv_0 = (m + M)u \Rightarrow$ $\Rightarrow u = mv_0/(m + M)$.

В состоянии 1 механическая энергия системы $W_1 = (M + m)u^2/2$, а в состоянии 2: $W_2 = (m + M)gh$. После попадания пули на участке 1—2 механическая энергия сохраняется, т.е.

$$W_1 = W_2 \Rightarrow (M + m)u^2/2 = (m + M)gh \Rightarrow h = u^2/(2g).$$

Проведем $AB \perp OC$. В ΔAOB $AO = l - h$, $OB = l$, поэтому

$$\cos\alpha = \frac{AO}{OB} = \frac{l-h}{l} = 1 - \frac{h}{l} = 1 - \frac{u^2}{2gl} =$$

$$= 1 - \left(\frac{m}{m+M}\right)^2 \frac{v_0^2}{2gl} = 0{,}97 \Rightarrow \alpha = 14°.$$

До попадания пули в брусок механическая энергия системы $W' = mv_0^2/2 > W_1$ (так как столкновение неупругое). Поэтому количество выделившейся теплоты

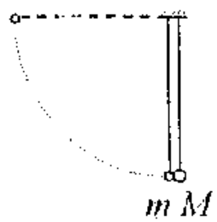
$$Q = W' - W_1 = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{(M+m)u^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{(M+m)}{2}\left(\frac{mv_0}{M+m}\right)^2 =$$

$$= \frac{mv_0^2}{2}\left(\frac{M}{M+m}\right) = \frac{mv_0^2}{2}\left(\frac{1}{1-m/M}\right).$$

При $m << M$ $Q = \frac{mv_0^2}{2} = 1600$ Дж.

Задания С2 (2009)

С2 Два шарика, массы которых отличаются в 3 раза, висят, соприкасаясь, на вертикальных нитях. Легкий шарик отклоняют на угол 90° и отпускают без начальной скорости, и он абсолютно упруго сталкивается с тяжелым шариком. Какую часть кинетической энергии легкого шарика перед ударом составит кинетическая энергия тяжелого шарика тотчас после удара?



Закон сохранения механической энергии при ударе:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{MV^2}{2} + \frac{m(v')^2}{2}. \qquad (1)$$

Закон сохранения импульса при ударе:

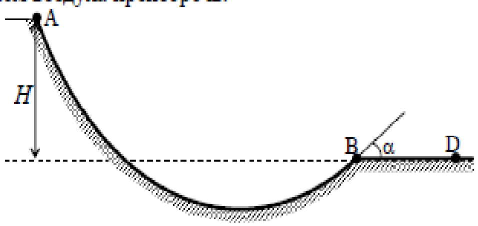
$$mv = mv' + MV. \qquad (2)$$

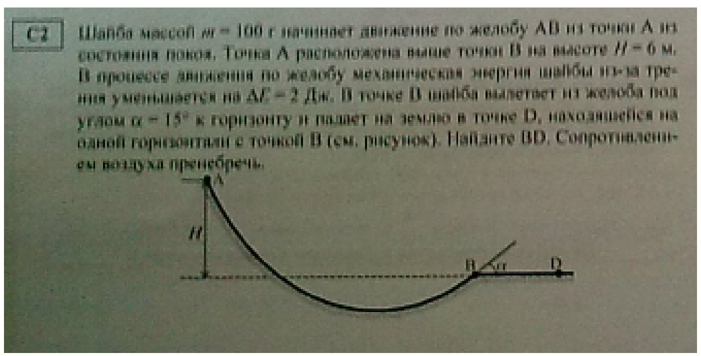
Решая систему уравнений (1) – (2) с учетом условия $M = 3m$, получаем:

$\frac{W'_M}{W'_m} = 0,75.$ Ответ: $\frac{W_M}{W'_m} = 0,75.$

Задания С2 (демо, 2010)

C2 Шайба массой m начинает движение по желобу AB из точки A из состояния покоя. Точка A расположена выше точки B на высоте $H = 6$ м. В процессе движения по желобу механическая энергия шайбы из-за трения уменьшается на $\Delta E = 2$ Дж. В точке B шайба вылетает из желоба под углом $\alpha = 15°$ к горизонту и падает на землю в точке D, находящейся на одной горизонтали с точкой B (см. рисунок). BD = 4 м. Найдите массу шайбы m. Сопротивлением воздуха пренебречь.





C2 Шайба массой $m = 100$ г начинает движение по желобу AB из точки A из состояния покоя. Точка A расположена выше точки B на высоте $H = 6$ м. В процессе движения по желобу механическая энергия шайбы из-за трения уменьшается на $\Delta E = 2$ Дж. В точке B шайба вылетает из желоба под углом $\alpha = 15°$ к горизонту и падает на землю в точке D, находящейся на одной горизонтали с точкой B (см. рисунок). Найдите BD. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1. Скорость шайбы в точке B определяется из баланса ее энергии в точках A и B с учетом потерь на трение: $\frac{m\upsilon^2}{2} = mgH - \Delta E$. Отсюда $\upsilon^2 = 2gH - \frac{2\Delta E}{m}$.

2. Время полета шайбы из точки B в точку D:

$y = \upsilon \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0$, где y – вертикальная координата шайбы в системе отсчета с началом координат в точке B. Отсюда $t = \frac{2\upsilon \sin\alpha}{g}$.

3. Дальность полета BD определяется из выражения для горизонтальной координаты шайбы в той же системе отсчета:

$\mathrm{BD} = \upsilon \cos\alpha \cdot t = \frac{\upsilon^2}{g}\sin 2\alpha$.

4. Подставляя в выражение для BD значение υ^2, получаем

$BD = 2\left(H - \frac{\Delta E}{mg}\right)\sin 2\alpha$.

5. Отсюда находим массу шайбы: $m = \frac{\Delta E}{g\left(H - \frac{BD}{2\sin 2\alpha}\right)}$.

Ответ: $m = 0{,}1$ кг.

Задания С2

С2. Из пружинного пистолета выстрелили вертикально вниз в мишень, находящуюся на расстоянии 2 м от него. Совершив работу 0,12 Дж, пуля застряла в мишени. Какова масса пули, если пружина была сжата перед выстрелом на 2 см, а ее жесткость 100 Н/м?

Согласно закону сохранения механической энергии, имеем два равенства:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}, \qquad (1)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_1^2}{2}, \qquad (2)$$

где v_0 и v_1 — скорости летящей пули соответственно на высоте h и непосредственно перед мишенью.

Вся энергия подлетевшей к мишени пули потрачена на механическую работу, так что $\frac{mv_1^2}{2} = A$. (3)

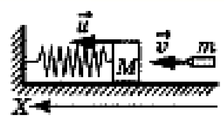
Решая полученную систему уравнений, находим массу пули:

$$m = \frac{2A - kx^2}{2gh} = 5 \text{ г}.$$

Задания С2

К горизонтальной пружине прикреплено тело массой $M = 10$ кг, лежащее на абсолютно гладком столе. В это тело попадает и застревает в нем пуля массой $m = 10$ г, летящая со скоростью $v = 500$ м/с, направленной вдоль оси пружины. Амплитуда возникших при этом колебаний $A = 0{,}1$ м. Найти период колебаний.

Решение



Пусть u — скорость тела сразу после попадания пули. В горизонтальном направлении X начальный импульс системы тело—пуля равен mv, а конечный импульс (сразу после попадания пули) — $(M + m)u$. По закону сохранения импульса $mv = (M + m)u \Rightarrow u = mv/(m + M)$.

После попадания пули механическая энергия системы

$$W_1 = \frac{(M+m)u^2}{2}.$$

При отклонении тела на расстояние, равное амплитуде A, скорость тела обращается в нуль, и механическая энергия системы W_2 равна потенциальной энергии упругой деформации, т.е. $W_2 = kA^2/2$, где k — коэффициент жесткости пружины. Так как трения нет, то механическая энергия при колебаниях сохраняется:

$$W_1 = W_2 \Rightarrow (M+m)u^2 = kA^2 \Rightarrow k = \frac{(M+m)u^2}{A^2} =$$

$$= \frac{(M+m)(mv/(M+m))^2}{A^2} = \frac{(M+m)(mv(M+m))^2}{A^2} =$$

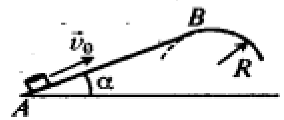
$$= \frac{(mv)^2}{A^2(M+m)}.$$

Период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}} = \frac{2\pi}{A}\left(\frac{M+m}{mv}\right) = 1{,}26 \text{ с.}$$

Задания С2

С2. Небольшая шайба после удара скользит вверх по наклонной плоскости из точки A (см. рисунок). В точке B наклонная плоскость без излома переходит в наружную поверхность горизонтальной трубы радиусом R. Если в точке A скорость шайбы превосходит $\upsilon_0 = 4$ м/с, то в точке B шайба отрывается от опоры. Длина наклонной плоскости $AB = L = 1$ м, угол $\alpha = 30°$. Коэффициент трения между наклонной плоскостью и шайбой $\mu = 0,2$. Найдите внешний радиус трубы R.



Баланс механической энергии с учетом работы силы трения выглядит так:

$$\frac{m\upsilon_B^2}{2} + mgL\sin\alpha - \frac{m\upsilon_0^2}{2} = -\mu mgL\cos\alpha. \qquad (1)$$

В точке B условием отрыва будет равенство центростремительного ускорения величине нормальной составляющей ускорения свободного падения:

$$\frac{\upsilon_B^2}{R} = g\cos\alpha, \Rightarrow \upsilon_B^2 = gR\cos\alpha. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) находим внешний радиус трубы R:

$$R = \frac{\upsilon_0^2}{g\cos\alpha} - 2L(\mu + \mathrm{tg}\alpha) \approx 0,3 \text{ м}.$$