Основные характеристики линейных САУ

Режимы работы САУ

Существуют два режима работы САУ:

1) статический режим (установившийся);
2) динамический режим (неустановившийся).

Эти два режима отличаются друг от друга характером поведения ОУ. То есть в первом режиме изменение состояния ОУ, а также его параметров не происходит, в отличие от второго. Таким образом, динамический режим получается при

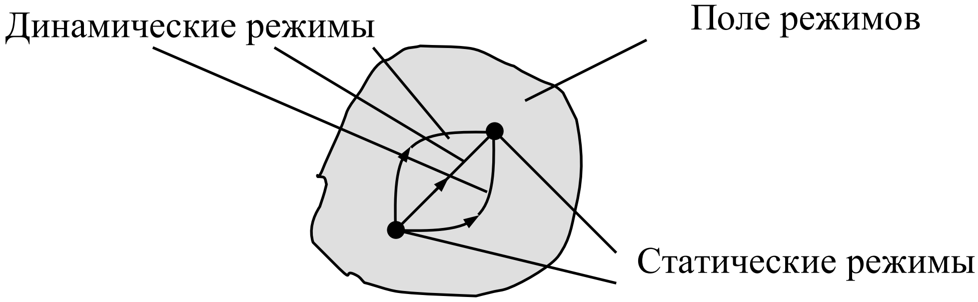


Рисунок 1 Статические и динамические режимы

переходе из одного статического состояния в другое (см. 1)

Из рисунка видно, что переходы из одного статического состояния в другое могут быть не однозначны, а зависеть от УУ, принципов управления, свойств самого объекта. Очевидно, что одной из важных задач управления является отыскание оптимального динамического режима (в самом простейшем случае – минимальной длительности).

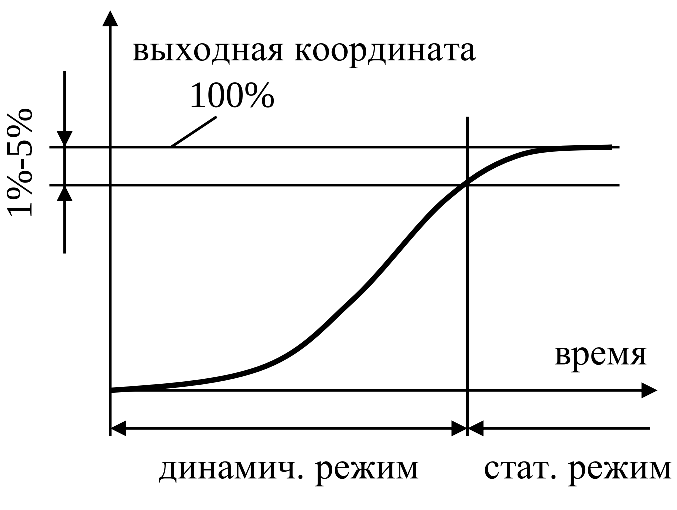


Рисунок 2

Строго говоря, достаточно трудно отделить динамический режим от статического (например, для экспоненциального закона изменения параметров теоретически динамический режим никогда не закончится). Для строгого определения момента, когда динамический режим следует считать статическим, вводят допустимую погрешность от 1% до 5% при достижении ОУ статического режима (см. рисунок 2).

Особенности математического описания объектов

Поведение О в динамике описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, сложность анализа и решения которых приводит либо к введению ряда допущений либо к различным методам линеаризации (решаемых с помощью численных методов). Наличие линейности у О проверяется по его реакции на входные воздействия, одинаковые по величине и различные по знаку. Если при действии таких сигналов О реагирует на эти воздействия одинаково (но с различным знаком) то рассматриваемый О является линейным и к нему можно применить принцип суперпозиции, т.о. поведение О можно описать с помощью линейных дифференциальных уравнений. Для нелинейных О принцип суперпозиции несправедлив, и он может быть описан только нелинейными дифференциальными уравнениями. Следует отметить, что не все нелинейные О могут быть представлены в виде линейных дифференциальных уравнений (например, асинхронный двигатель).

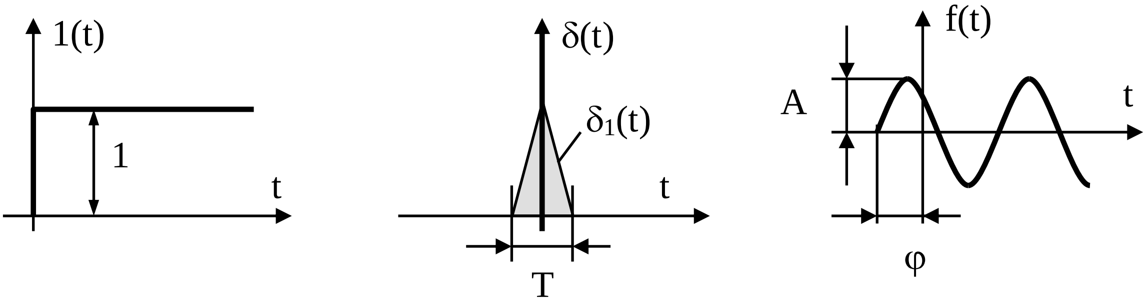
Примеры математического описания различных объектов широко представлены в рекомендованной литературе.

Порядок уравнений динамики О зависит от сложности процессов, протекающих в нем, и от принятых допущений. Если же снизить порядок не удается, то существует прием, называемым методом разделения движения, который существенно упрощает расчет и проектирование систем управления. Если в О есть движения, не сопоставимы по времени протекания (медленные и быстрые процессы), то тогда системы можно разделить на две системы. Каждая из них описывают поведение О, но для различных целей.

Основные функции САУ

Исследование поведение объектов возможно только при изучении ответных сигналов объекта при подаче входных воздействий. Но бесконечное множество форм входных сигналов рождает такое же бесконечное количество выходных. В ТАУ для изучения объектов применяют несколько видов типовых входных воздействий, которые создают условия более полного выявления динамических свойств системы. К таким сигналам относятся:

1) *единичный ступенчатый сигнал 1(t)*, имеющий один параметр – высота импульса, равная единице;



$$1(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t\geq 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\delta(t)=\lim\limits_{T\to\infty}\delta_1(t)\\ \int\limits_{-\infty}^{\infty}\delta_1(t)dt=1\end{cases}$$

$$f(t)=\sin(\omega t+\varphi)$$

а) б) с)

Рисунок 3 Типовые входные воздействия
а) единичная ступенчатая функция;
б) дельта функция;
в) гармонический сигнал

2) *единичная импульсная функция (дельта функция) $\delta(t)$*, имеющая также один параметр – площадь импульса, равная единице;
3) *гармонический сигнал f(t)*, имеющий три параметра – амплитуда, фаза и частота.

Данные сигналы изображены на рисунке 3

Соответственно, при подаче каждого из сигнала на вход объекта при нулевых начальных условиях, выходные сигналы будут называться следующим образом:

1) переходная характеристика (при подаче 1(t)) – обозначается h(t);
2) импульсная (весовая) функция (при подаче δ(t)) – обозначается $k_и(t)$;
3) частотные функции (при подаче гармонического сигнала).

Переходная функция имеет следующие параметры (см. рисунок 4):

1) установившееся значение h_∞ - величина, к которому стремится переходной процесс;

2) длительность переходного процесса (время регулирования) $t_{рег}$ – время от начала подачи функции 1(t) до того момента, когда кривая переходного процесса входит в 1-5% зону вокруг установившегося значения h_∞;

3) максимальное значение переходного процесса h_{max} – максимальная величина выходного сигнала в динамическом режиме;

4) число колебаний n – количество колебаний, которое совершает выходной сигнал за время регулирования;

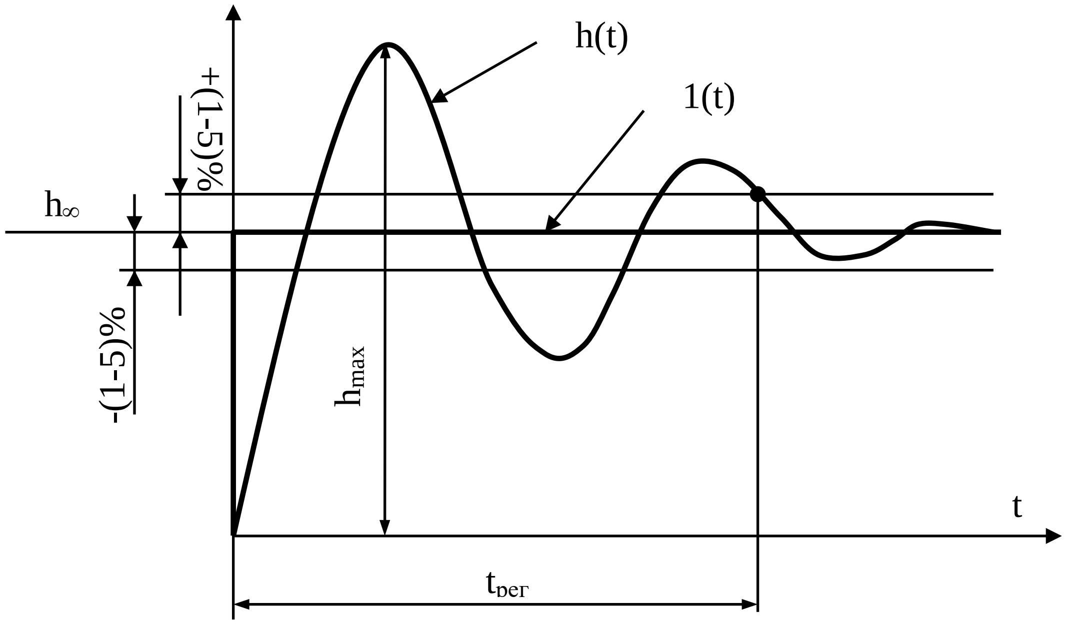


Рисунок 4 Параметры переходного процесса

5) перерегулирование $\sigma = \dfrac{h_{max} - h_{\infty}}{h_{\infty}} * 100\%$ - показывает во сколько (в %) максимальная величина переходного процесса больше, чем установившееся значение.

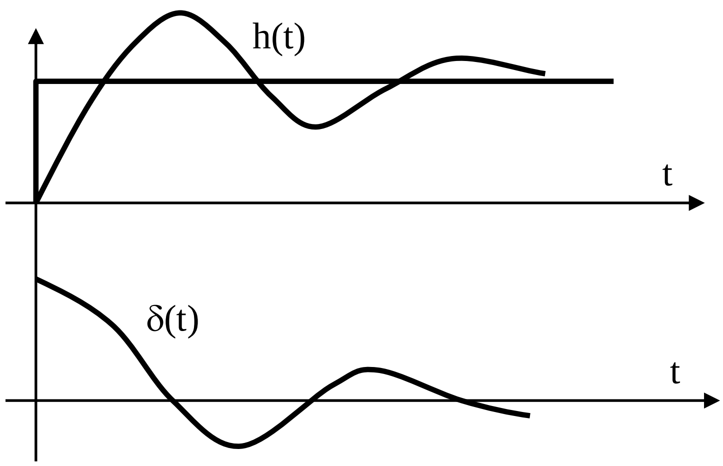


Рисунок 5 Импульсная (весовая) функция

Переходная характеристика наглядно представляет переход объекта от одного статического состояния к другому.

Импульсная (весовая) функция отражает лишь сам переходной процесс (см. рисунок 3.5) и по сути является производной h(t) по времени.

Следует отметить, что хоть с помощью переходной и импульсной функций и наглядно представлены динамические режимы, но они не дают полного представления об внутренних свойствах объекта, и тем более не «подсказывают» путей улучшения свойств динамических процессов.

Для того, чтобы возможно было изучать внутренние свойства объектов, необходимо исключить из рассмотрения входные и выходные сигналы и оставить только то, что характеризует лишь сам объект.

Если бы на входе и выходе объекта сигналы имели бы одинаковый набор параметров, то можно сами сигналы можно исключить, используя лишь набор функций, характеризующих во сколько раз объект изменяет тот или иной параметр.

При подаче на вход линейной системы управления (объекта) гармонического сигнала с тремя параметрами, на выходе получаем то же гармонический сигнал измененной амплитудой и фазой, но с такой же частотой. То есть можно получить функцию, показывающую как изменяется, например, амплитуда сигнала при прохождении через объект. И данная функция будет иметь постоянное значение при любой амплитуде входного сигнала.

Следовательно, для изучения свойств объекта необходимо перейти из временной области в частотную и оперировать не множеством сигналов, а одним единственным с тремя различными параметрами. Самым главным инструментом ТАУ является преобразование Лапласа, которое и переводит временную область в частотную где уравнения динамики объектов или устройств записывают не через оригиналы функций, а в виде изображений.

Если оригинал x(t) представляет собой функцию времени t, то изображение этой функции X(p) есть функция *комплексной переменной* p, задаваемой в виде следующего интеграла:

$$X(p) = \int_0^\infty x(t)e^{-pt}dt = L(x(t))$$

В ТАУ пользуются уравнениями ОУ и УУ САУ, записанными через изображение функций, и их передаточными функциями. *Под передаточной функцией понимают отношение изображения выходной величины для О или У к изображению функции входной величины, полученных при нулевых начальных условиях*.

Пусть некоторая система автоматического регулирования описывается линейным дифференциальным уравнением n-го порядка с постоянными коэффициентами:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1\frac{dx}{dt} + a_0 x = b_m\frac{d^m y}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{m-1}y}{dt^{m-1}} + \ldots + b_1\frac{dy}{dt} + b_0 y,$$

где x, y – входные и выходные сигналы соответственно;

или в операторной форме после преобразования Лапласа:

$$A(p)*X(p)=B(p)*Y(p)$$

Тогда передаточная функция:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{A(p)}{B(p)}.$$

Применение передаточной функции существенно упрощает расчет и анализ САУ, т.к. ее можно разложить на более простые множители, например: 1/(Tp+1), (Tp+1), 1/p, $1/(T^2p^2+2T\xi p+1)$. Такие сомножители будем называть *типовыми динамическими звеньями.*

В наиболее общем виде передаточная функция записывается в виде отношения двух полиномом:

$$W(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}$$

Как видно, передаточная функция не имеет в своем составе изображений входных и выходных сигналов, и будет неизменной при любом сигнале, поданном на вход объекта.

Если изображение входного сигнала равно X(p), то изображение выходного, соответственно:

$$Y(p)=W(p)*X(p).$$

Изображение единичной ступенчатой функции 1(t) есть 1/p, таким образом изображение переходной функции:

$$H(p)=W(p)*1(p)=\frac{W(p)}{p},$$

а ее оригинал есть обратное преобразование Лапласа от H(p):

$$h(t) = L^{-1}\left[\frac{W(p)}{p}\right].$$

Аналогично, импульсная функция:

$$k_и(t) = L^{-1}\left[W(p) * \delta(p)\right] = L^{-1}\left[W(p) * 1\right] = L^{-1}\left[W(p)\right].$$

Таким образом видно, что переходная функция заключает в себе входной сигнал, а импульсная имеет отношение только к самой структуре изучаемого объекта.

Для определения частотных характеристик, про которых говорилось выше, необходимо оператор p заменить на комплексное число $j\omega$. Получается комплексная функция:

$$W(j\omega)=P(\omega)+jQ(\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}.$$

Функция $W(j\omega)$ называется *амплитудно-фазочастотная характеристика (АФЧХ)*, которая строится на комплексной плоскости (см. рисунок 6).

$A(\omega)$ называется *амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)*.

$\varphi(\omega)$ – *фазочастотная характеристика (ФЧХ)*.

$P(\omega)$ – *вещественная частотная характеристика (ВЧХ)*.

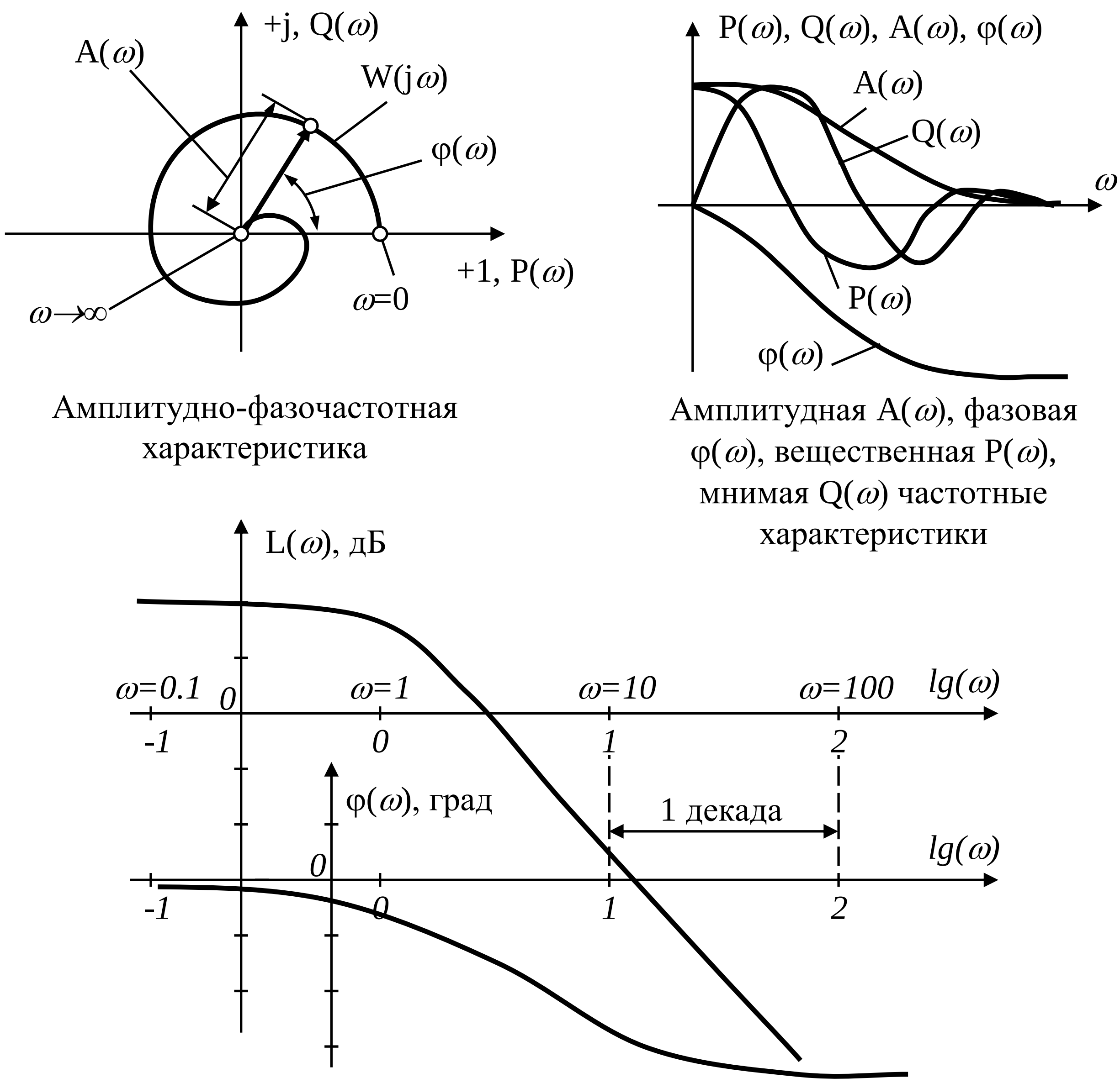
$Q(\omega)$ – *мнимая частотная характеристика (МЧХ)*.

Характеристики $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$, $P(\omega)$, $Q(\omega)$ строятся в обычных линейных координатах (см. рисунок 3.6). Комплексная амплитудно-фазовая характеристика объединяет в себе все другие частотные характеристики (см. рисунок 3.6), когда как последние обладают большей наглядностью.

При анализе САУ обыкновенными линейными координатами не часто пользуются. Очень важно иметь представление о том *во сколько раз* (а не насколько) изменилась та или иная величина (амплитуда, частота), т.к. изображение выходного сигнала есть произведение передаточной функции и изображения входного. Обыкновенные линейные координаты не дают такого представления. Поэтому очень часто пользуются логарифмическими координатами.

В случая построения логарифмических амплитудно-частотных характеристик по оси ординат откладывается усиление (амплитуду) в децибелах (дБ) и вычисляется по формуле:

$$L(\omega)=20\lg|W(j\omega)|=20\lg A(\omega).$$



Амплитудно-фазочастотная характеристика

Амплитудная A(ω), фазовая φ(ω), вещественная P(ω), мнимая Q(ω) частотные характеристики

Логарифмические амплитудная L(ω) и фазовая φ(ω) характеристики

Рисунок 6 Частотные характеристики САУ

Знак логарифмической характеристики показывает действие над сигналом (отрицательное – сигнал ослабляется, положительное – сигнал усиливается, ноль – амплитуда сигнала не изменяется). По оси абсцисс откладывается десятичный логарифм частоты, т.е. lg ω. За единицу длины по оси абсцисс принимают октаву или декаду. Октава соответствует удвоенному значению частоты. Декада соответствует удесятеренному значению частоты, а длина отрезка на оси абсцисс, равного декаде, также не зависит от частоты и равна 1 (см. рисунок 6).

Построенная таким образом характеристика называется *логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ)*. При построении *логарифмической фазочастотной характеристики (ЛФЧХ)* по оси ординат откладывается фаза (град) в равномерном масштабе.