

1 Структурные схемы и их преобразования

Под структурной схемой понимается набор типовых динамических звеньев, соединенных определенным способом. Структурные схемы соответствуют системам дифференциальных уравнений, но значительно облегчают процесс исследования, т.к. показывают направление распространения сигнала. Типовые динамические звенья соединяются с помощью стрелок, показывающих направление преобразования энергии или, по другому, направление сигналов. Сами звенья отображаются в виде прямоугольников, внутри которого записывается передаточная функция, либо функциональная зависимость.

Кроме этого структурные схемы содержат следующие элементы:

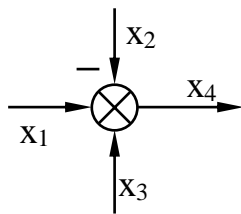
- 1) узел суммирования (сравнения);
- 2) ответвление.

Графические обозначения этих элементов показаны на рисунке 1.1.

Типовая структурная схема САУ, управляемая по отклонению представлена на рисунке 1.2, где:

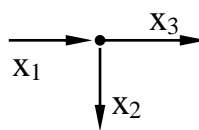
$x(t)$ – задающее воздействие,

$f(t)$ – возмущающее воздействие,



Узел суммирования

$$x_4 = x_1 + x_3 - x_2$$



Ответвление

$$x_3 = x_2 = x_1$$

Рисунок 1.1 - Узел суммирования и ответвление

$y(t)$ – выходная координата,

$\varepsilon(t) = x(t) - y(t)$ – ошибка регулирования

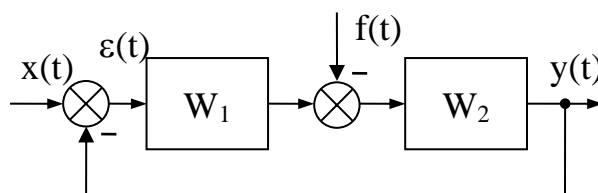


Рисунок 1.2 - Типовая структурная схема замкнутой САУ

1.1 Последовательное соединение звеньев

Пусть последовательно соединено n звеньев, как показано на рисунке 1.3.

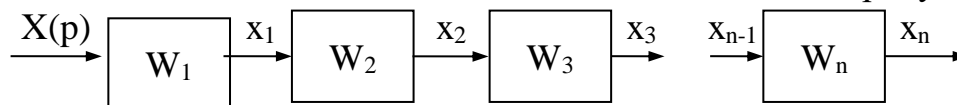


Рисунок 1.3 - Последовательное соединение звеньев

Тогда для них справедливо:

$$X_1 = W_1 X_0; X_2 = X_1 W_2 = W_1 W_2 X_0 \text{ и т.д.}$$

$$X_n = \prod_{i=1}^n W_i \cdot X_0.$$

Т.о. эквивалентная передаточная функция равна:

$$W_{\text{э}} = \prod_{i=1}^n W_i = \prod_{i=1}^n [A_i(\omega) \cdot e^{j\varphi_i(\omega)}] = \prod_{i=1}^n A_i(\omega) \cdot e^{j\sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)}. \quad (1.1)$$

Так как логарифм произведения равен сумме логарифмов множителей, то эквивалентная ЛАЧХ есть сумма ЛАЧХ отдельных звеньев. Фазовые характеристики складываются:

$$\begin{cases} L_{\text{ЭКВ}}(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega), \\ \varphi_{\text{ЭКВ}}(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega). \end{cases} \quad (1.2)$$

1.2 Согласно параллельное соединение звеньев

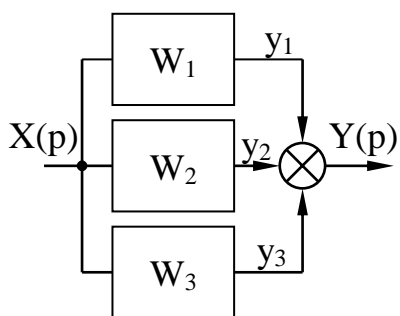


Рисунок 1.4 - Согласно параллельное соединение звеньев

Пусть согласно параллельно соединено три звена, как показано на рисунке 1.4.

На входах трех звеньев действует один и тот же сигнал $X(p)$. Сигнал на выходе будет равен:

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 = X \cdot (W_1 + W_2 + W_3).$$

Таким образом, эквивалентная передаточная функция такого соединения звеньев:

$$W(p) = Y(p) / X(p) = W_1(p) + W_2(p) + W_3(p).$$

Следовательно, при n согласно параллельно включенных звеньях:

$$W(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p). \quad (1.3)$$

ЛАЧХ:

$$L(\omega) = 20 \lg \left[\sum_{i=1}^n A_i e^{j\varphi_i} \right] = 20 \lg \left[\sum_{i=1}^n A_i \cos \varphi_i + j \sum_{i=1}^n A_i \sin \varphi_i \right] =$$

$$= 20 \lg \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n A_i \cos \varphi_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n A_i \sin \varphi_i \right)^2}. \quad \text{ФЧХ:} \quad (1.4)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{i=1}^n A_i \sin \varphi_i}{\sum_{i=1}^n A_i \cos \varphi_i}. \quad (1.5)$$

Построить логарифмические характеристики можно только с использованием специальных таблиц, либо упрощено аппроксимированным способом.

При двух параллельно соединенных звеньях имеем:

1) пусть $A_1 \gg A_2$, тогда $W_{\text{ЭКВ}} \approx W_1$, следовательно $L_{\text{ЭКВ}} \approx L_1$, $\varphi_{\text{ЭКВ}} \approx \varphi_1$;

2) аналогично для $A_2 \gg A_1$: $L_{\text{ЭКВ}} \approx L_2$, $\varphi_{\text{ЭКВ}} \approx \varphi_2$.

Тогда эквивалентная ЛАЧХ строится по наибольшему из ЛАЧХ отдельных звеньев. ФЧХ строится из участков, совпадающих с ФЧХ отдельных звеньев в тех диапазонах частот, в которых эквивалентная ЛАЧХ проходит по ЛАЧХ этих звеньев (см. рисунок 1.5).

Очевидно, что наибольшая ошибка будет при той частоте, при которой $L_1 = L_2$. На данной частоте максимальная ошибка будет составлять не более 6 дБ. По фазе ошибка может быть еще больше.

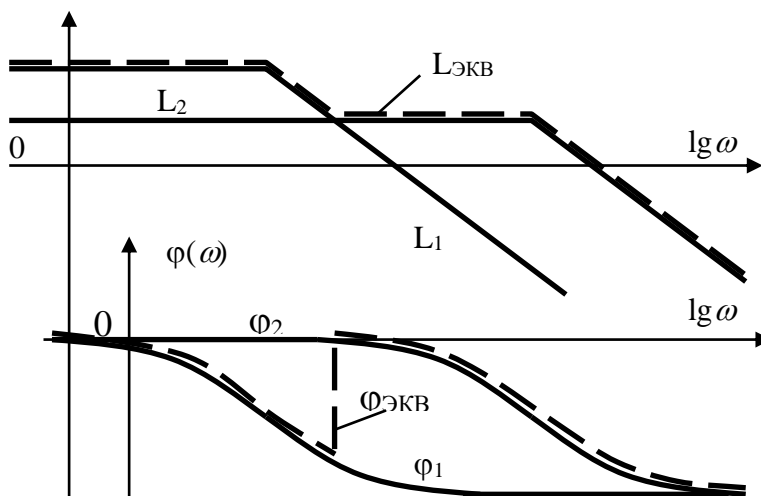


Рисунок 1.5 - Аппроксимация согласно параллельно соединенных звеньев

1.3 Встречно-параллельное соединение звеньев

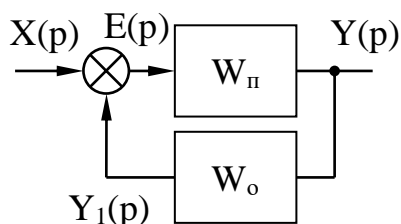


Рисунок 1.6 - Встречно-параллельное соединение звеньев

Структурная схема встречно-параллельного соединения звеньев показана на рисунке 1.6.

В данной схеме можно выделить два канала:

W_n – прямой канал,

W_o – обратный канал.

Такую группу соединений звеньев называют также системой с обратной связью. Данные структуры составляют основную долю систем автоматического управления.

Также существуют два типа обратной связи:

- *положительная обратная связь* (ПОС), когда $E(p) = X(p) + Y_1(p)$.
- *отрицательная обратная связь* (ООС), когда $E(p) = X(p) - Y_1(p)$.

Для структуры, изображенной на рисунке 1.6, имеем:

$$Y(p) = W_n \cdot E(p);$$

$$Y_1(p) = Y(p) \cdot W_o(p);$$

$$E(p) = X(p) \pm Y_1(p) = X(p) \pm W_o(p) \cdot W_n(p) \cdot E(p);$$

$$E(p) = \frac{X(p)}{1 \mp W_o(p) \cdot W_n(p)};$$

$$Y(p) = \frac{W_n}{1 \mp W_o(p) \cdot W_n(p)} \cdot X(p) = W_{\text{экв}}(p) \cdot X(p);$$

$$W_{\text{экв}}(p) = \frac{W_n(p)}{1 \mp W_o(p)W_n(p)} = \frac{W_p(p)}{1 \mp W_p(p)} \cdot \frac{1}{W_o(p)}.$$

где «+» для ООС, «-» - для ПОС;

$W_p(p) = W_o(p) \cdot W_n(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы.

Передаточной функцией разомкнутой системы называется произведение передаточных функций прямого канала и канала обратной связи при нулевых начальных условиях (так как при размыкании системы в любом месте прямой и обратный канал выстраиваются последовательно):

$$W_p = W_o W_n. \tag{1.6}$$

ПОС в современных системах применяется крайне редко, так как при некоторых сочетаниях параметров W_o и W_n и некоторой частоте может возникнуть неуправляемый режим работы САУ.

С учетом этого эквивалентную передаточную функцию можно представить в виде

$$W_{\text{эKB}} = \frac{W_p}{1 \mp W_p} * \frac{1}{W_o} = W_1 * \frac{1}{W_o}. \quad (1.7)$$

Первую передаточную функцию W_1 называют передаточной функцией замкнутой системы с *единичной обратной связью*.

Передаточную функцию замкнутой системы достаточно трудно построить (очень много арифметических действий). Поэтому существуют специальные способы, облегчающие построение.

Замкнутая ЛАФЧХ может быть построена тремя способами:

- аналитически по разомкнутой передаточной функции путем замены в выражении (5.8) оператора p на $j\omega$,
- упрощенно для оценки формы ЛАФЧХ (аппроксимация),
- с помощью номограмм замыкания.

Упрощенное построение замкнутой ЛАФЧХ.

АФЧХ замкнутой системы имеет вид:

$$W_3 = \frac{A_{\text{п}} e^{j\varphi_{\text{п}}}}{1 + A_{\text{п}} A_o e^{j(\varphi_{\text{п}} + \varphi_o)}}. \quad (1.8)$$

а) пусть $A_{\text{п}} A_o \gg 1$ ($A_{\text{п}} \gg 1/A_o$), тогда $W_3 \approx 1/A_o \cdot e^{-j\varphi_o}$, $L_3 \approx -L_o$, $\varphi_3 \approx -\varphi_o$,

б) пусть $A_{\text{п}} A_o \ll 1$ ($A_{\text{п}} \ll 1/A_o$), тогда $W_3 \approx A_{\text{п}} \cdot e^{j\varphi_{\text{п}}}$, $L_3 \approx L_{\text{п}}$, $\varphi_3 \approx \varphi_{\text{п}}$.

На основании этого можно сделать вывод, что эквивалентная замкнутая ЛАЧХ идет по наименьшей между ЛАЧХ $L_{\text{п}}$ и $-L_o$.

Порядок построения аппроксимации замкнутой ЛАФЧХ:

- 1) строятся ЛАФЧХ прямого канала $L_{\text{п}}$, $\varphi_{\text{п}}$ и ЛАФЧХ обратного канала L_o , φ_o ;
- 2) строятся обратные характеристики обратного звена $-L_o$, $-\varphi_o$;
- 3) логарифмическая характеристика замкнутой системы строится по низам между $L_{\text{п}}$ и $-L_o$;
- 4) фазочастотная характеристика строится по частям $\varphi_{\text{п}}$ и $-\varphi_o$, в диапазонах частот, соответствующим частям ЛАЧХ, входящим в эквивалентную ЛАЧХ.

Пример построения показан на рисунке 1.7.

Построение с помощью номограммы замыкания (см. /1/, приложение А).

Номограмма замыкания построена для структуры с единичной обратной связью. Номограмма представляет собой зависимость параметров ΔL и $\Delta \varphi$, представляющих собой ЛАФЧХ замкнутой системы, от значений ЛАФЧХ разомкнутой системы L_p и φ_p (см. приложение А). Значения ЛАЧХ разомкнутой системы L_p откладываются по оси ординат, значение ЛФЧХ разомкнутой системы φ_p откладывается по оси абсцисс. По точке пересечения данных координат находятся значения ΔL (сплошные линии) и $\Delta \varphi$ (пунктирные линии)

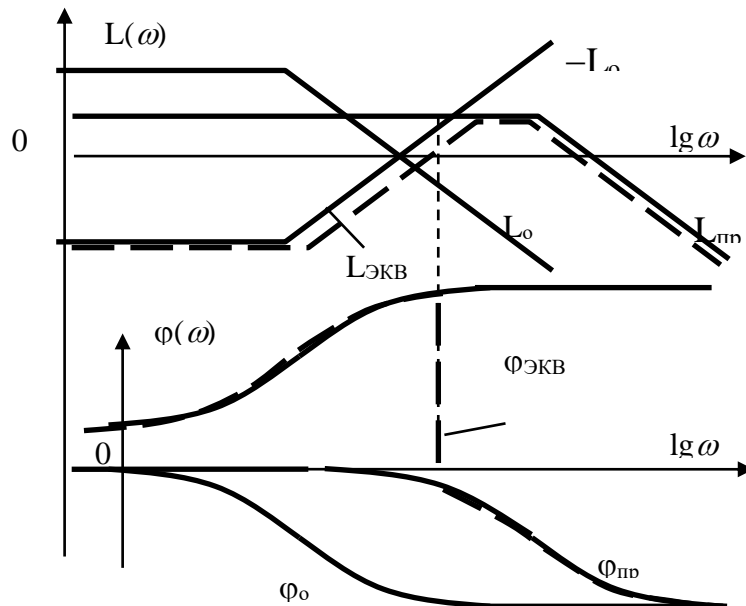


Рисунок 1.7 - Аппроксимация встречно параллельно соединенных звеньев

Алгоритм построения замкнутой ЛАФЧХ по номограмме замыкания:

- 1) строятся разомкнутые ЛАФЧХ $L_p(\omega)$, $\varphi_p(\omega)$ как сумма логарифмических характеристик прямого и обратного каналов,
- 2) откладываются по осям номограммы значения $L_p(\omega)$, $\varphi_p(\omega)$, ищется точка с этими координатами и определяются ближайшие значения ΔL , $\Delta \varphi$ по линиям номограммы.
- 3) определяются $L_3 = \Delta L - L_0$, $\varphi_3 = \Delta \varphi - \varphi_0$, на логарифмических характеристиках откладываются эти значения для конкретной частоты.
- 4) повторяются п. 2-3 для других частот.

1.4 Перенос узла суммирования через звено

Требуется перенести узел суммирования через звено вправо или влево. Для исходной схемы (рисунок 1.6а) имеем:

$$X_4 = W_2 X_2 = W_2 (X_1 + X_3) = W_2 W_1 X_0 + W_2 X_3. \quad (1.9)$$

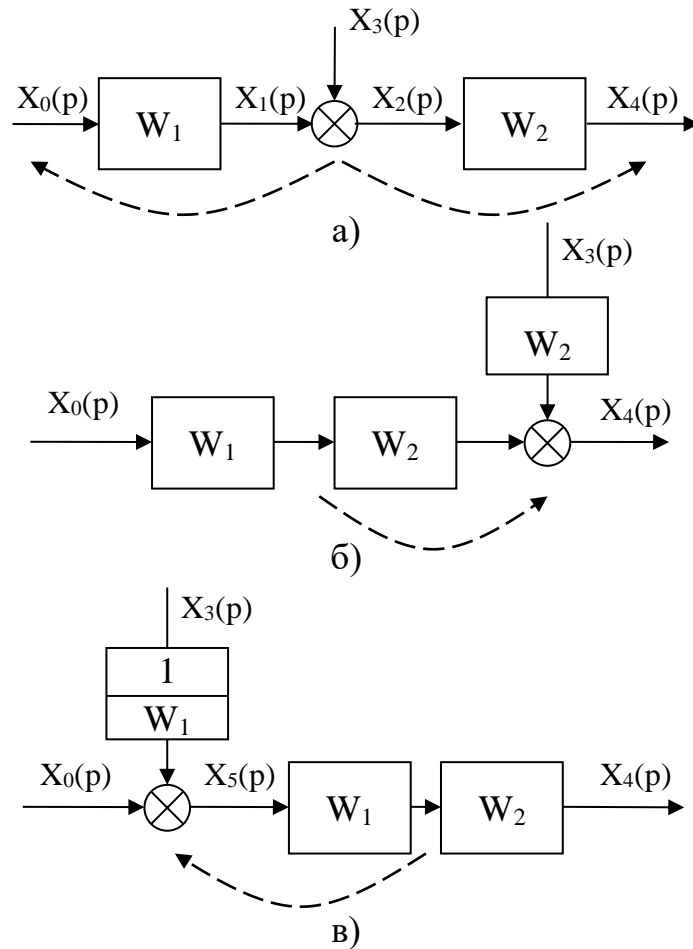


Рисунок 1.6 - Перенос узла суммирования через звено

Перенос на выход (вправо – рисунок 1.6б).

$$X_4 = X_0 W_1 W_2 + X_3 W_3, \quad (1.10)$$

$$W_3 = W_2.$$

Перенос на вход (влево – рисунок 1.6в):

$$X_4 = X_5 W_1 W_2 = (X_0 + W_4 X_3) W_1 W_2 = X_0 W_1 W_2 + X_3 W_2 W_1 W_3, \quad (1.11)$$

$$W_3 = 1/W_1.$$

Правила переноса ответвления через звено показаны на рисунке 1.7.

1.5 Перенос ответвления через звено

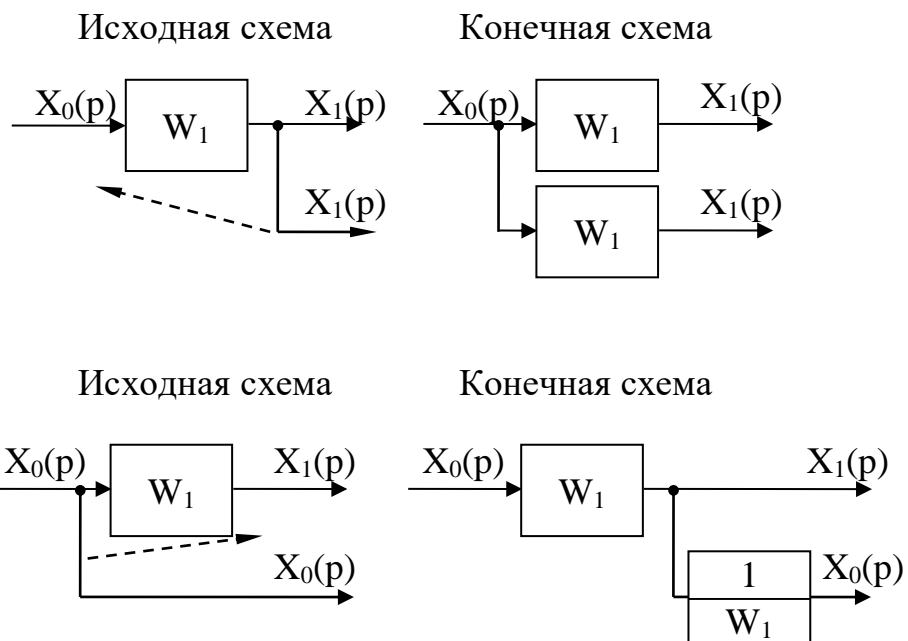


Рисунок 1.7 - Перенос ответвления через звено